वर्ग और वर्गमूल

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» **त्रिकोणीय संख्याएँ: क्रम 1, 3, 6, 10, 15…**

» **क्रमागत त्रिकोणीय संख्याओं का जोड़ देता है वर्ग**

» **दो क्रमागत वर्गों के बीच गैर-वर्गों की संख्या 2n**

» **विषम संख्याओं का योग: पहली n विषम प्राकृत संख्याएँ = n^2**

» **पूर्ण वर्ग और गैर-वर्गों में फर्क समझना**

» **संख्याओं के प्रतिरूप को सत्यापित करने की रणनीति**

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. दिए गए क्रम 1, 3, 6, 10 में अगली त्रिकोणीय संख्या लिखिए।

› पाठ से क्रम को याद रखिए: 1, 3, 6, 10, 15…

› दिए गए पद 1, 3, 6, 10 के बाद क्रम में अगला पद 15 है।

› इसलिए अगली त्रिकोणीय संख्या 15 होगी।

उत्तर – 15

उदाहरण 2. यदि 10 और 15 क्रमागत त्रिकोणीय संख्याएँ हैं, तो उनका योग क्या होगा और क्या यह वर्ग संख्या है?

› क्रम में अगली त्रिकोणीय संख्या 15 है।

› योग निकालिए: 10 + 15 = 25।

› अब जाँचिए: 25 = 5^2, इसलिए यह वर्ग संख्या है।

उत्तर – $10+15=25=5^2$

उदाहरण 3. कौन-सी संख्याएँ $n^2=16$ और $(n+1)^2=25$ के बीच आती हैं? और उनकी संख्या कितनी है?

› 16 = 4^2 और 25 = 5^2, इसलिए n=4।

› बीच की संख्याएँ 17 से 24 हैं।

› अब गिनती: 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 = 8 संख्याएँ।

› नियम जाँचें: 2n = 2×4 = 8।

उत्तर – 17 से 24 के बीच 8 संख्याएँ हैं, और 2n=8

उदाहरण 4. पहली 6 विषम प्राकृत संख्याओं का योग निकालिए और बताइए कि यह किस वर्ग के बराबर है।

› पहली 6 विषम संख्याएँ: 1, 3, 5, 7, 9, 11।

› योग: 1+3+5+7+9+11 = 36।

› अब जाँचें: 36 = 6^2।

› इसलिए पहली 6 विषम संख्याओं का योग n^2 के बराबर है।

उत्तर – $1+3+5+7+9+11=36=6^2$

उदाहरण 5. बताइए कि 18 पूर्ण वर्ग है या नहीं।

› 18 के पास वाले वर्ग लिखिए: 16 (=4^2) और 25 (=5^2)।

› 18, 16 और 25 के बीच है।

› स्रोत के पैटर्न के अनुसार बीच की संख्याएँ पूर्ण वर्ग नहीं होतीं।

› इसलिए 18 पूर्ण वर्ग नहीं है।

उत्तर – 18 पूर्ण वर्ग नहीं है

उदाहरण 6. n=4 के लिए तीन प्रतिरूपों का छोटा सत्यापन लिखिए।

› त्रिकोणीय संख्याएँ: क्रमागत 6 और 10 का योग 16 है, और 16=4^2।

› वर्गों के बीच: 16 (=4^2) और 25 (=5^2) के बीच संख्याएँ 17 से 24 हैं; इनकी संख्या 8 है = 2n = 2×4।

› विषम संख्याओं का योग: 1+3+5+7 = 16 = 4^2।

उत्तर – तीनों जगह पर n=4 के लिए n^2 और 2n नियम match होते हैं

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

- प्रश्न में triangular numbers लिखे हों, तो sequence और dot-pattern दोनों याद रखें।
- प्रश्न में 'consecutive/क्रमागत' शब्द हो तो वही मैच करके गणना करें।
- प्रश्न में 'between' आए तो endpoints छोड़कर ही गिनना शुरू करें।
- प्रश्न में "पहली n विषम संख्याएँ" आएँ तो सीधे n^2 की पहचान करें।
- वर्गमूल प्राकृतिक है या नहीं–इसी आधार पर fast check करें।
- परीक्षा में 'pattern' सवाल हो तो 1 उदाहरण निकालकर तुरंत check लिखें।

एक नज़र में रिवीज़न

› त्रिकोणीय का आधार "त्रिभुज बिंदु-प्रतिरूप" है, केवल गुणज नहीं।

› जोड़ हमेशा क्रमागत (consecutive) त्रिकोणीय संख्याओं से करें।

› Endpoints (n^2 और $(n+1)^2$) शामलि नहीं होते; बीच की ही गनिती होती है।

› सही क्रम की विषम संख्याएँ (1,3,5,7,...) ही जोड़ें।

› यदि संख्या n^2 नहीं बनती, तो वह गैर-वर्ग है।

› cross-check के लएि हमेशा sample n वही रखें।